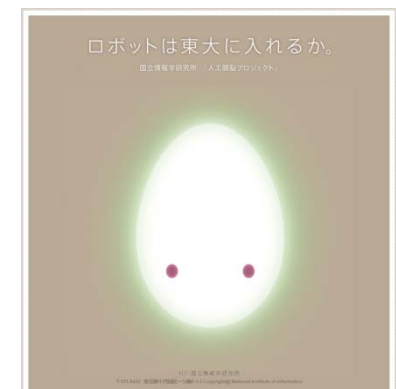


AIグラウンドチャレンジ 「ロボットは東大に入れるか？」 が投げかけるもの

穴井 宏和

『ロボットは東大に入れるか』

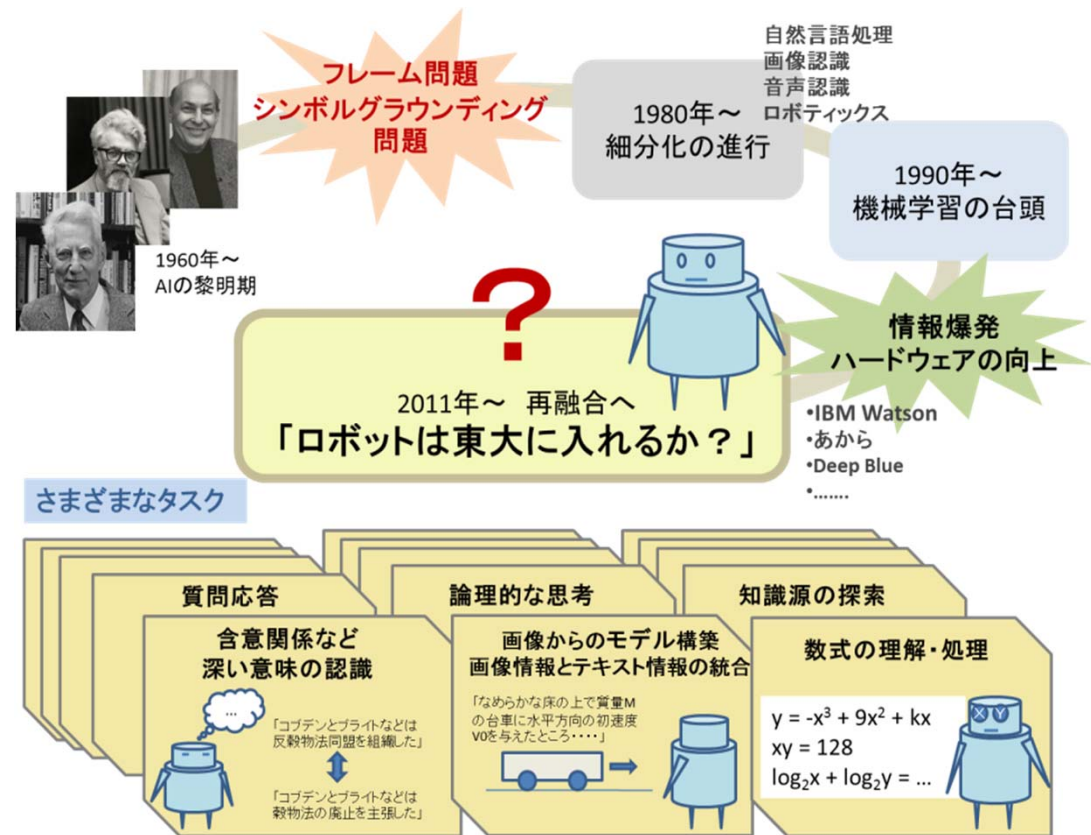
- プロジェクトディレクタ：
 - 国立情報学研究所（NII） 新井紀子 教授
- 概要：
 - NIIを中心に、1980年以降細分化された人工知能分野を再統合することで新たな地平を切り拓くことを目的に、若い人たちに夢を与えるプロジェクトとして2011年に発足。
 - これまで蓄積された人工知能の各要素技術の精度を高め、情報技術分野の未来価値創成につなげることを志向し、人間の思考に関する包括的な理解を深めることを目指す。
 - 国内外の研究者とのコラボを想定したオープンプロジェクト。
- 目標：
 - 2016年までに大学入試センター試験で高得点をマーク
 - 2021年に東京大学入試を突破
- Web: <http://21robot.org/>



プロジェクト概要

1960年代、大きな期待のもとに開始された人工知能研究は、フレーム問題やグラウンディング問題などの重大な課題に直面しました。1980年代以降、人工知能の研究分野は、自然言語、画像、ロボット等の研究対象ごとに細分化され、現在に至ります。

NIIグランドチャレンジ「ロボットは東大に入れるか」は、コンピュータによる東大合格という明確なタスク設定のもと、各分野で独立に蓄積されてきた知見・技術の再融合を計り、新たな要素技術の確立や、人間の知能に関するより深い理解を促進する目的で開始されました。ハードウェアの性能向上、情報爆発、また機械学習の発達を経た現在、コンピュータはどれほど知的になったのか、また今後どれほど知的になりうるのか。その答えを、「大学入試問題を解くコンピュータ」を通して考えていきます。



プロジェクト概要

- 体制： 教科ごとのチーム
国内の大学の研究者を中心に企業も参画
 - － 英語チーム： N T T が昨年度より参加
 - － **数学チーム**：

- 主要メンバ：

- － NII
- － 名古屋大学
- － (株)富士通研究所

- 協力メンバ

- － 筑波大学、東京理科大、九大など

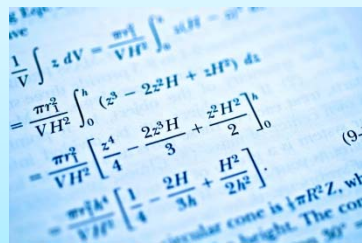
- その他協力

- － 代々木ゼミナール、ベネッセ、東京書籍、ジェイシー教育研究所など

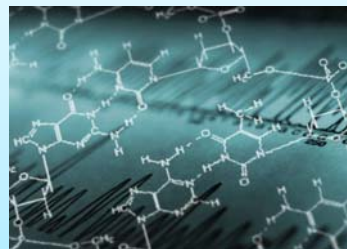


「試験問題を解くこと」とは

形式的に記述できる世界

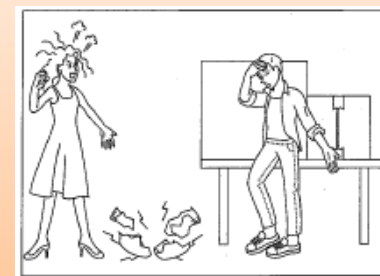


数学



物理

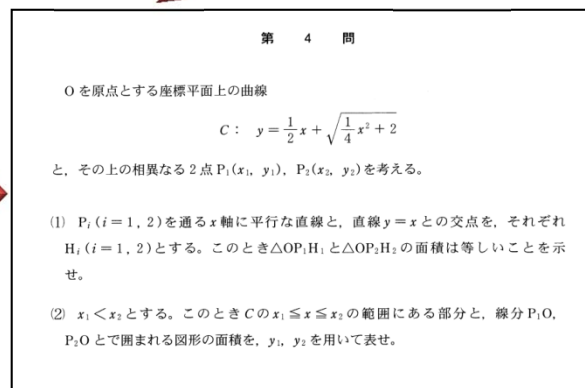
現実世界の理解



具体的事例・状況理解 非言語情報



歴史、社会



自然言語



意図、観点

人間の認知のしくみ

言語的に理解する世界

東大入試の数学の問題を解く

入力 試験問題

a を正の定数とする。実数 x, y が

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1, a \leq y \leq 2a$$

を満たすとき、

$$F = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy$$

の最小値を求めよ。



自動求解

出力 解答

求める実数を

x_{gen12}

と置くと、問の条件は次の一階論理式と同値になる:

$$(0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge \exists x_{00} (\exists y_{00} (a \leq y_{00} \wedge y_{00} \leq 2a \wedge y_{00}(-x_{00}) + \frac{y_{00}}{x_{00}} + \frac{x_{00}}{y_{00}} = x_{gen12}) \wedge \frac{1}{2} \leq x_{00} \wedge x_{00} \leq 1) \wedge 0 < a \wedge (\forall y_0 (\forall x_0 (\frac{1}{2} > x_0 \vee x_0 > 1 \vee x_{gen12} \leq y_0(-x_0) + \frac{y_0}{x_0} + \frac{x_0}{y_0}) \vee a > y_0 \vee y_0 > 2a) \vee 0 \geq a))$$

この式は実閉体の体系 RCF の式であることから、Tarski-Seidenberg の定理により、この式と同値で量化子を含まないような式を求めることができる。Tarski の量化子除去アルゴリズムに従って上記の式を書き換えた結果が以下の式である (変形の過程が長いので、計算紙で別途提出する。):

$$(((0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge \frac{12a^2+1}{4a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge \sqrt{4-16a^2} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{2}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2a} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (a > \frac{1}{2a} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a})) \wedge 0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge 0 < a \wedge (a < 0 \vee (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge \sqrt{4-16a^2} \vee (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{2a}) \vee 0 \geq a))$$

これを解き、答は

$$\begin{array}{ll} (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{12a^2+1}{4a} \\ (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = 2\sqrt{1-4a^2} \\ (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{1}{2a} \end{array}$$

となる。

東ロボくんの答案

練習

問題

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ とする. $y < x < a$ を満たすすべての x, y に対して

$$f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y}$$

が成り立つような a の範囲を求めよ. (東北大学 理系 2010)

$$\forall x \forall y \left((y < x < a) \rightarrow f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y} \right)$$

```
> qe(All([x,y], Impl( And(y < x, x < a), x^3+3*x^2-9*x >
((x-y)*(a^3+3*a^2-9*a)+(a-x)*(y^3+3*y^2-9*y))/(a-y) ));
```

$$a \leq -1$$

例：北大2011前期理系[3] (2)

t が実数全体を動くとき、 xyz 空間内の点 $(t+2, t+2, t)$ がつくる直線を l とする. 3 点 $O(0,0,0)$, $A'(2,1,0)$, $B'(1,2,0)$ を通り, 中心を $C(a,b,c)$ とする球面 S が直線 l と共有点をもつとき, a, b, c の満たす条件を求めよ.

- 球面 S を $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r$

$$\exists r \exists t \left(\begin{aligned} &((0-a)^2 + (0-b)^2 + (0-c)^2 = r \wedge \\ &(2-a)^2 + (1-b)^2 + (0-c)^2 = r \wedge \\ &(1-a)^2 + (2-b)^2 + (0-c)^2 = r \wedge \\ &((t+2)-a)^2 + ((t+2)-b)^2 + (t-c)^2 = r \end{aligned} \right)$$

とす

球面 S が
点 O, A', B' を通る

球面 S と直線 l が
共有点をもつ

- QE により r, t を消去すると

$$6a = 5 \wedge 6b = 5 \wedge (3c \leq 1 \vee 13 \leq 3c)$$

形式的に一階述語論理式を構築すれば問題を解ける

限量記号消去(Quantifier Elimination: QE)

一階述語論理式に対して等価な論理式を求める

入力

限量記号がついた論理式

出力

限量記号がない等価な論理式

例

$$\forall x (x^2 + bx + c > 0) \iff b^2 - 4c < 0$$

$$\exists x (ax^2 + bx + c = 0) \iff \begin{aligned} &(a \neq 0 \wedge b^2 - 4ac \geq 0) \vee \\ &(a = 0 \wedge b \neq 0) \vee \\ &(a = 0 \wedge b = 0 \wedge c = 0) \end{aligned}$$

$$\forall x \exists y (x^2 + xy + b > 0 \wedge x + ay^2 + b \leq 0) \iff a < 0 \wedge b > 0$$

計算技術

	数式処理 Computer algebra	数値解析 Numerical analysis
基本計算	記号・代数計算 Symbolic & algebraic computation	数値計算 Numerical computation
	・整数演算（任意多倍長） ・多項式演算	・浮動小数演算
特徴	・代数的構造における計算 ・正確な計算, 式の計算 / 低速 ・パラメトリックな解法	・近似計算 / 高速
算法	代数的算法 Algebraic algorithm	数值的算法 Numerical algorithm
	・グレブナ基底, 限量記号消去 など	・たくさん

- その他
 - 数値・数式ハイブリッド計算 (symbolic-numeric computation)
 - 精度保証付き数値計算
(Guaranteed numerical computation / Validated numerics)

東ロボくん、どう問題を解いているの？

— 2010 東北大学 理系 —

【問題 1.3】 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ とする. $y < x < a$ を満たすすべての x, y に対して

$$f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y}$$

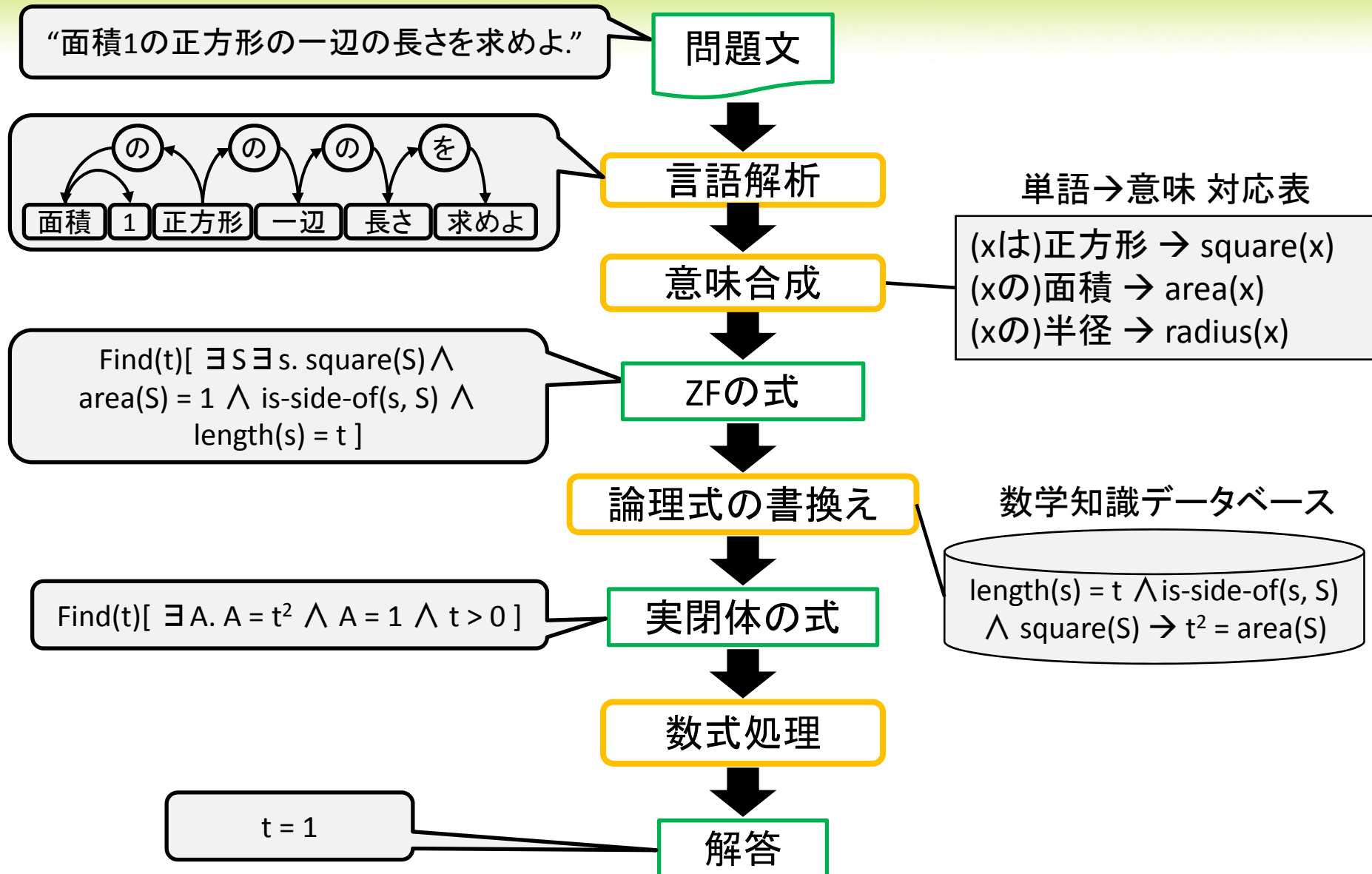
が成り立つような a の範囲を求めよ.

$$\forall x \forall y \left((y < x < a) \rightarrow f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y} \right)$$

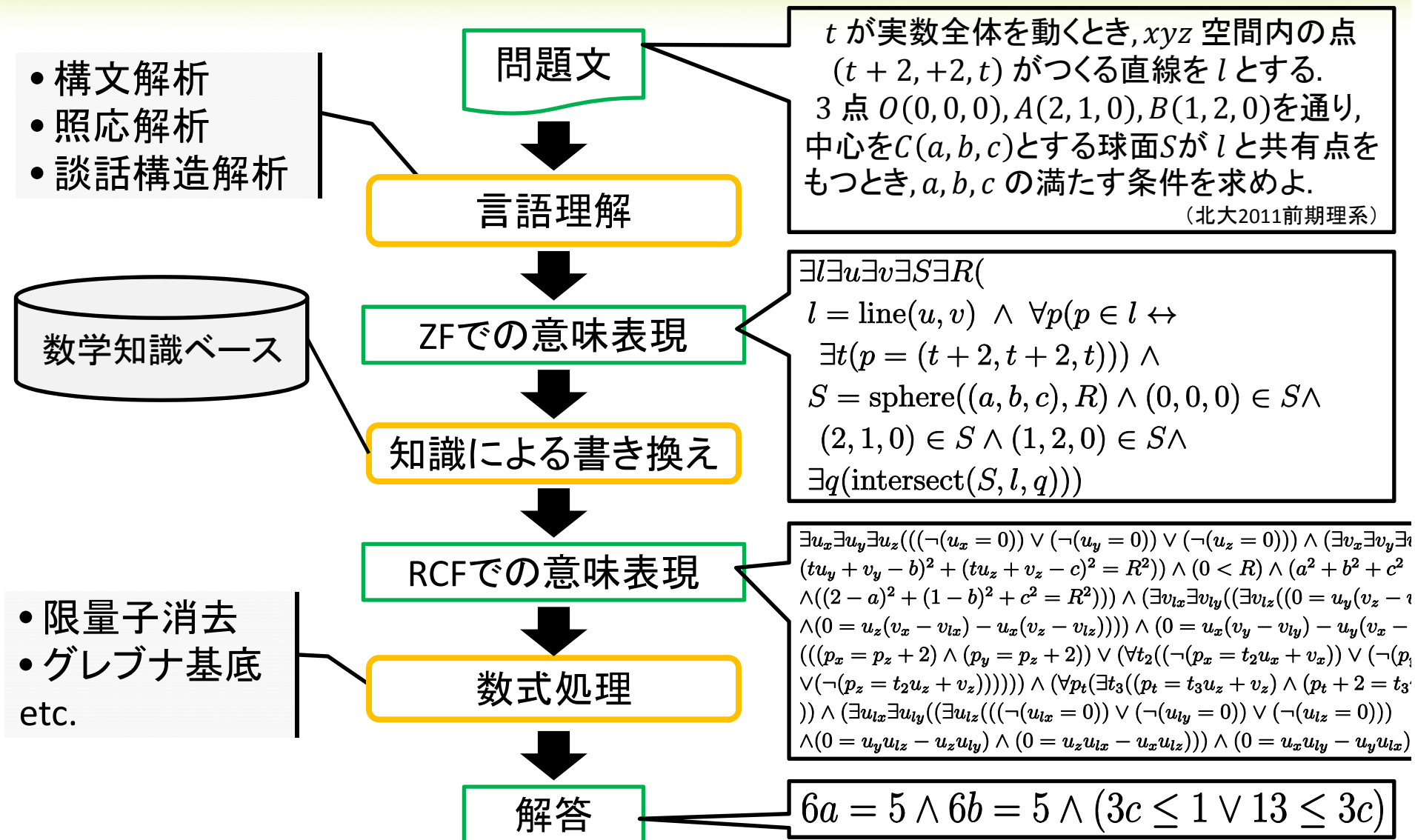
限量記号消去(QE)

$$a \leq -1$$

東口ボくん 数学 処理フロー



数学 自然言語処理・ロジック・数式処理の接合



限量記号消去(Quantifier Elimination: QE)

一階述語論理式に対して等価な論理式を求める

入力

限量記号がついた論理式

出力

限量記号がない等価な論理式

例

$$\forall x (x^2 + bx + c > 0) \iff b^2 - 4c < 0$$

$$\exists x (ax^2 + bx + c = 0) \iff \begin{aligned} &(a \neq 0 \wedge b^2 - 4ac \geq 0) \vee \\ &(a = 0 \wedge b \neq 0) \vee \\ &(a = 0 \wedge b = 0 \wedge c = 0) \end{aligned}$$

$$\forall x \exists y (x^2 + xy + b > 0 \wedge x + ay^2 + b \leq 0) \iff a < 0 \wedge b > 0$$

QE tools

Q E P C A D

CAD

RISC-Linz + etc.

(G.Collins, H.Hong, C.Brown)



Redlog

REDUCE

VS, CAD,

Univ. Passau

(T.Sturm, A.Dolzmann, V.Weispfenning)

Wolfram *Mathematica* 10

CAD, VS

Wolfram Research, Inc.

(A.Strzebonski)



Maple™ 18

The Essential Tool for Mathematics and Modeling

CAD, VS, SDC

Fujitsu Laboratories Ltd.

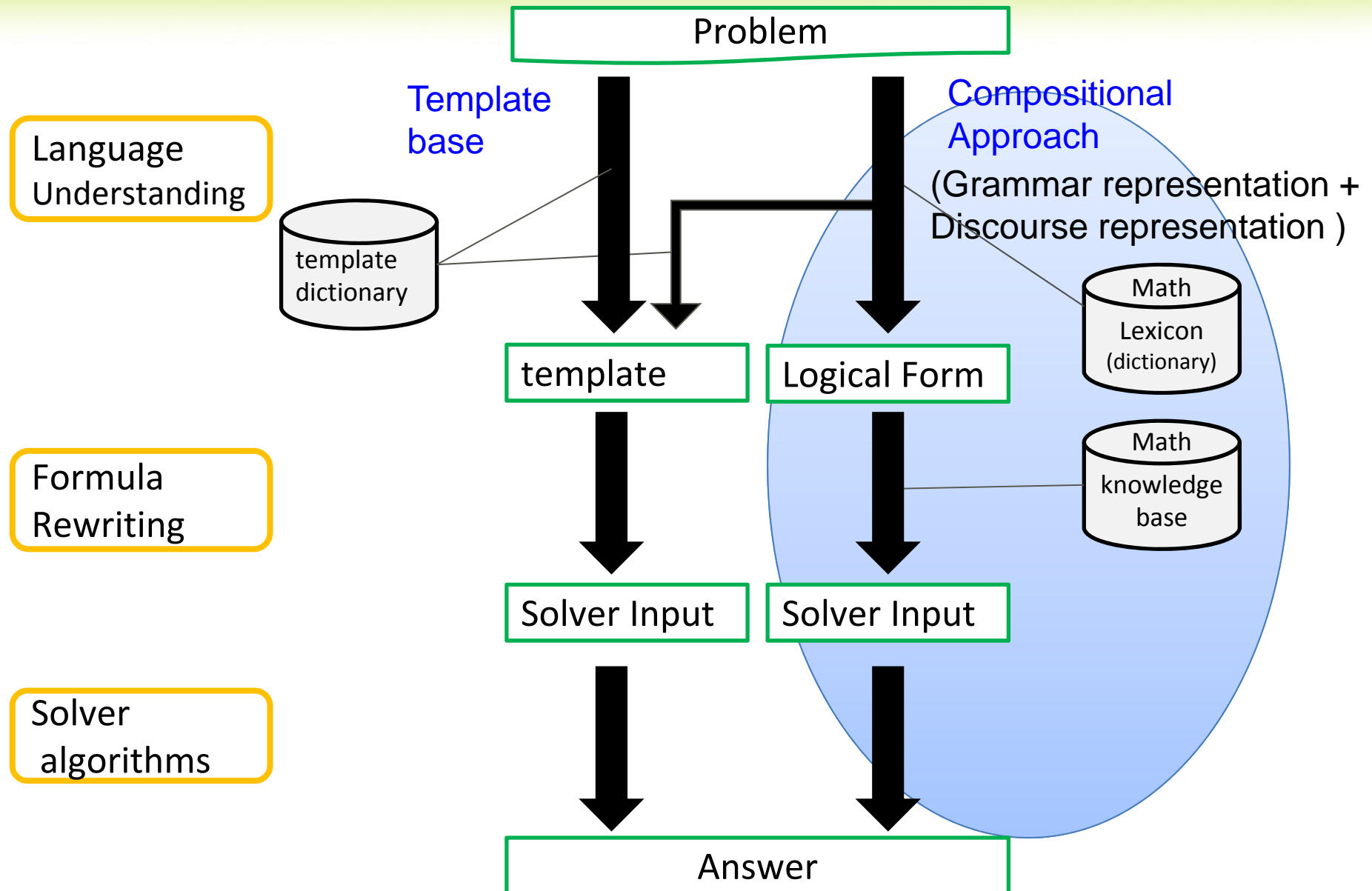
(H.Yanami, H.Iwane, H.Anai)

どのくらい対応できるの？

高校数学

- △ 整数問題
- 代数 （方程式と不等式、2次関数、複素数と方程式）
- 幾何 （図形と計量、平面図形、図形と方程式）
- △ 初等関数 （三角関数、指数関数、対数関数）
- 微分・積分
- 数列
- △ ベクトル、行列
- 確率・統計
- △ 論理と集合

Math Solver System: overview



東ロボくん 代ゼミ模試に挑戦！

東大入試プレ

- 文系： 100分、 80点 (4問×20点)
- 理系： 150分、120点 (6問×20点)

全国センター模試

- 数IA： 60分、 100点
- 数IIB： 60分、 100点

2013年11月23日(土・祝)

代々木ゼミナール本部校 代ゼミタワー 入場無料

午前の部 10:00～12:30 (研究ワークショップ) 事前申し込み制

午後の部 13:30～15:30 (一般公開) <http://21robot.org>

主催：国立情報学研究所 共催：代々木ゼミナール/富士通研究所 後援：人工知能学会/情報処理学会/言語処理学会

2014年11月2日(日)

代々木ゼミナール本部校 代ゼミタワー 入場無料

<http://21robot.org> 主催：国立情報学研究所 共催：代々木ゼミナール/富士通研究所

東大プレ 完答した例

第 5 問

a を正の定数とする。実数 x, y が

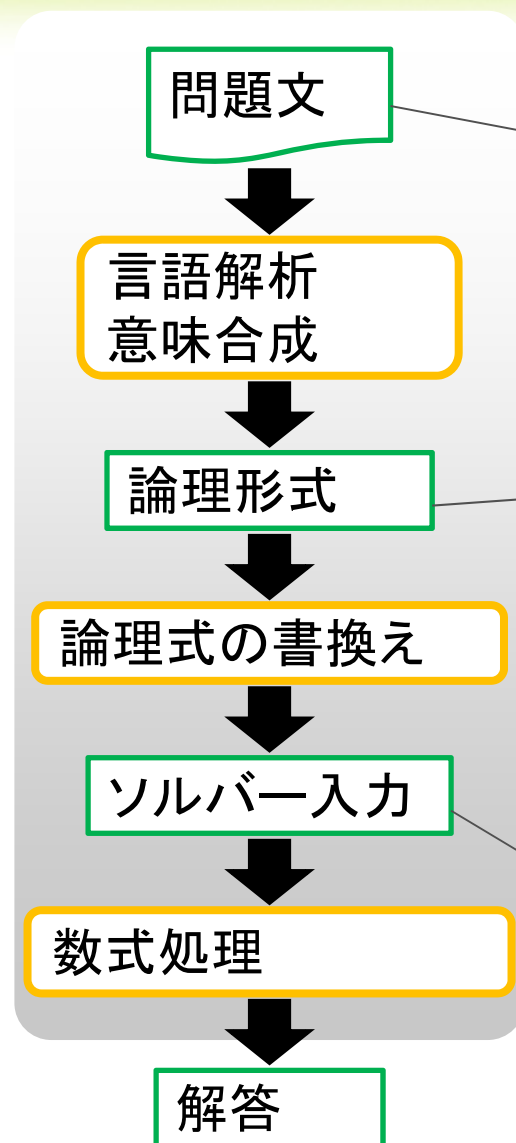
$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1, \quad a \leq y \leq 2a$$

を満たすとき、

$$F = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy$$

の最小値を求めよ。

東ロボくんの解答 理系[5]



第 5 問

a を正の定数とする。実数 x, y が

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1, \quad a \leq y \leq 2a$$

を満たすとき、

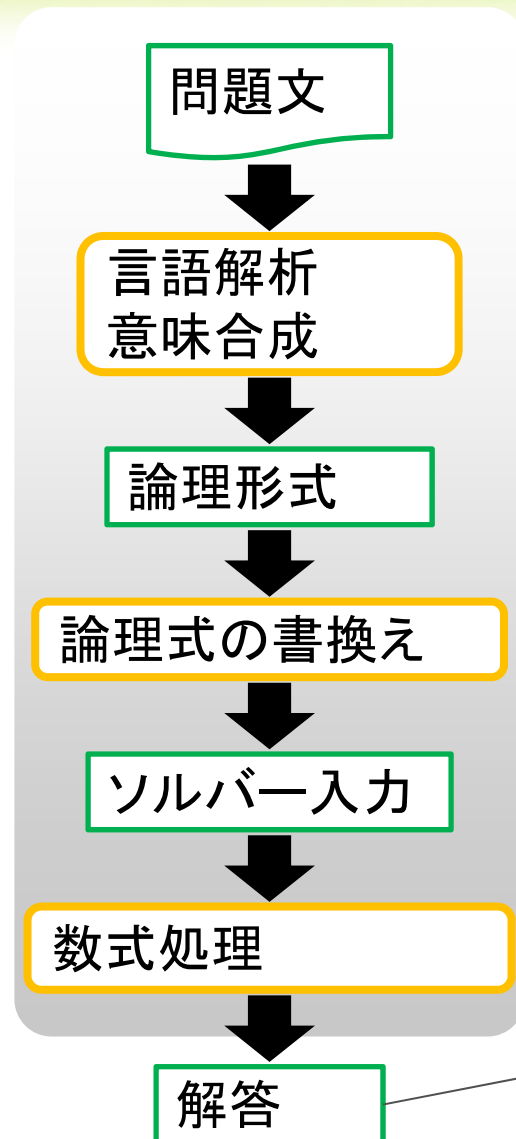
$$F = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy$$

の最小値を求めよ。

$$\text{Find}(m) \left(\begin{array}{l} 0 < a \wedge \\ a \leq y \leq 2a \wedge \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \wedge \\ \text{minimum} \left(\left\{ \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy \mid 0 < a \wedge a \leq y \leq 2a \wedge \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \right\}, m \right) \end{array} \right)$$

$$\text{Find}(m) \left(\begin{array}{l} 0 < a \wedge \\ a \leq y \leq 2a \wedge \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \wedge \\ \exists x \left(\begin{array}{l} \exists y \left(\begin{array}{l} a \leq y \leq 2a \wedge \\ m = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy \end{array} \right) \wedge \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{array} \right) \wedge \\ \left(\begin{array}{l} 0 < a \rightarrow \\ \forall y \left(\begin{array}{l} a \leq y \leq 2a \rightarrow \\ \forall x \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{y}{x} + \frac{x}{y} - xy \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} \right)$$

東ロボくんの解答 理系[5]



求める実数を

$$x_{gen12}$$

と置くと、問いの条件は次の一階論理式と同値になる:

$$(0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge \exists x_{00}(\exists y_{00}(a \leq y_{00} \wedge y_{00} \leq 2a \wedge y_{00}(-x_{00}) + \frac{y_{00}}{x_{00}} + \frac{x_{00}}{y_{00}} = x_{gen12}) \wedge \frac{1}{2} \leq x_{00} \wedge x_{00} \leq 1) \wedge 0 < a \wedge (\forall y_0(\forall x_0(\frac{1}{2} > x_0 \vee x_0 > 1 \vee x_{gen12} \leq y_0(-x_0) + \frac{y_0}{x_0} + \frac{x_0}{y_0}) \vee a > y_0 \vee y_0 > 2a) \vee 0 \geq a))$$

この式は実閉体の体系 RCF の式であることから、Tarski-Seidenberg の定理により、この式と同値で量子子を含まないような式を求めることができる。Tarski の量子子除去アルゴリズムに従って上記の式を書き換えた結果が以下の式である(変形の過程が長いので、計算紙で別途提出する。):

$$(((0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge \frac{12a^2+1}{4a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge \sqrt{4-16a^2} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{2}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (a > \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a})) \wedge 0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge 0 < a \wedge (a < 0 \vee (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge x_{gen12} \leq \sqrt{4-16a^2}) \vee (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{2a}) \vee 0 \geq a))$$

これを解き、答は

$$\begin{array}{ll} (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{12a^2+1}{4a} \\ (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = 2\sqrt{1-4a^2} \\ (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{1}{2a} \end{array}$$

となる。

東大プレ模試 結果 (2013)

文系

	内容	結果
問 1	平面幾何・最大化	完答
問 2	平面幾何・不等式の証明・整数	計算量爆発
問 3	微積分	完答
問 4	確率	白紙

理系

	内容	結果
問 1	平面幾何・不等式の証明・整数	計算量爆発
問 2	数列	白紙
問 3	ベクトル・三角関数・最小化	白紙
問 4	空間図形の体積	完答
問 5	2変数関数の最小化	完答
問 6	確率	白紙

文系 ... 4問中2問を完答
理系 ... 6問中2問を完答

センター模試 結果 (2013)

数学I・A

	内容	得点/配点
問1	2次方程式・集合	20/20
問2	2次関数	25/25
問3	平面幾何	12/30
問4	確率	0/25
計		57/100

数学II・B

	内容	得点/配点
問1	対数・指数・三角関数	13/30
問2	3次関数・微積分	11/30
問3	数列	3/20
問4	ベクトル	14/20
計		41/100

数IA ... 約6割を正解
数IIB ... 約4割を正解

【数学】東大プレ・センター模試 受験結果

	設問番号	内容	得点	配点
東大プレ	理 [1], 文 [3]	三角形と最小化	12	20
	理 [2], 文 [2]	確率	白紙	20
	理 [3]	3次方程式の共通解	14	20
	理 [4]	立体、整数	計算量	20
	理 [5]	空間での軌跡・体積	10	20
	理 [6], 文 [4]	三角関数、整数	白紙	20
	文 [1]	微分の応用・最小化	20	20
IA	IA [1]	有理化・2次関数	30	30
	IA [2]	三角比、データ	8	30
	IA [4] 選択	図形の性質	2	20
	IA [5] 選択	整数	白紙	20
IIB	IIB [1]	三角、指数・対数	12	30
	IIB [2]	微分法と積分法	23	30
	IIB [3]	数列	2	20
	IIB [4]	平面ベクトル	18	20

得点	今年	昨年
東大 理	36	40
東大 文	32	40
センター IA	40	57
センター IIB	55	41

東大プレ：昨年度よりも少し悪い
センター：合計でほぼ同じ

【数学】東大プレ・センター模試 受験結果

	設問番号	内容	得点	配点
東大プレ	理 [1], 文 [3]	三角形と最小化	12	20
	理 [2], 文 [2]	確率	白紙	20
	理 [3]	3次方程式の共通解	14	20
	理 [4]	立体、整数	計算量	20
	理 [5]	空間での軌跡・体積	10	20
	理 [6], 文 [4]	三角関数、整数	白紙	20
	文 [1]	微分の応用・最小化	20	20
IA	IA [1]	有理化・2次関数	30	30
	IA [2]	三角比、データ	8	30
	IA [4] 選択	図形の性質	2	20
	IA [5] 選択	整数	白紙	20
IIB	IIB [1]	三角、指数・対数	12	30
	IIB [2]	微分法と積分法	23	30
	IIB [3]	数列	2	20
	IIB [4]	平面ベクトル	18	20

偏差値	今年	昨年
東大 理	55.7	61.2
東大 文	54.1	59.4
センター IA	46.9	51.9
センター IIB	51.9	47.2

東大プレ：昨年度よりも少し悪い
センター：合計でほぼ同じ

ICTの進化

ヒトの知能に迫るコンピュータ

全国センター模試

数学I・数学A / 数学II・数学B

偏差値 **約50**

「ロボットは東大に入れるか」
代ゼミ東大プレに挑戦！

現在の偏差値
全受験者中
(文系理系とも)

約60

センター試験の難しさ

センター模試

第2問 (配点 30)

a を実数とし、 x の3次関数 $f(x) = x^3 + x^2 - x + a$ について、曲線 $y = f(x)$ を C_1 とする。 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x - \boxed{\text{ウ}}$$

であるから、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{エオ}}$ で極大になり、 $x = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ で極小になる。

特に、極大値が2となるのは $a = \boxed{\text{ク}}$ のときであり、このときの極小値は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

以下、 $a = \boxed{\text{ク}}$ とする。

C_1 上の点 $P(t, t^3 + t^2 - t + \boxed{\text{ク}})$ における C_1 の接線 l の方程式は

$$y = (\boxed{\text{ア}} t^2 + \boxed{\text{イ}} t - \boxed{\text{ウ}})x - \boxed{\text{ス}} t^3 - t^2 + \boxed{\text{セ}} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

である。 l が点 $(\frac{1}{2}, 0)$ を通るとすると、①に代入して、さらに係数が整数になるように整理すると

$$(t - \boxed{\text{ソ}})(\boxed{\text{タ}} t^2 + \boxed{\text{チ}} t + 1) = 0$$

が成り立つ。 t は実数であるから、 $t = \boxed{\text{ソ}}$ とわかる。このときの l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ツ}} x - \boxed{\text{テ}} \quad \cdots \cdots \text{②}$$

となる。

東大プレ

第4問

xyz 空間に次の4個の不等式で表される立体 K がある。

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2, 1 \leq z \leq 2 \\ xyz \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

(1) $1 \leq k \leq 2$ を満たす実数 k に対して、平面 $z = k$ による K の切り口の面積を $S(k)$ とする。 $S(k)$ を求めよ。

(2) K の体積を求めよ。

- センター： 文章が長く複雑、より深い意味解釈が必要
 - － 途中でちょっと躓くとだめになったり・・・
 - － たくさんの文と文の関係をきちんと理解しないといけない・・・
 - － 解き方をガイドする問題文 ⇒ 単に解く以上のことが求められている・・・

接合の難しさ

Text

Let C_1 be a circle on the coordinate plane, of radius 2 and centered at the origin. Let C_2 be a circle of radius 1 and centered at point $(1, 0)$. Let circle C_3 of radius t and centered at (a, b) be inside C_1 and outside C_2 , tangent to both C_1 and C_2 . Assume b is positive.

1. Write t in terms of a and b , and calculate the range of t .
2. Calculate the maximum of b when t are in the range obtained in 1.

Language Understanding



via CCG

Logical form

```
(find (_x6)
(exists (_x C1 _x1 C2 b a C3 t _x3 _x5
_xcx _xcy _xr _xlcy _xlcx _xlyc _xlr
C3cx C3cy C3r))
(and (= 2d.origin (2d.center-of _x))
(= 2 (2d.radius-of _x))
(= C1 _x)
(2d.is-point (2d.point 1 0))
(= (2d.point 1 0) (2d.center-of _x1)))
(= 1 (2d.radius-of _x1))
(= C2 _x1)
(< 0 b)
(real-number b)
(2d.is-point (2d.point a b))
(= (2d.point a b) (2d.center-of C3))
(= t (2d.radius-of C3))
(2d.inscribe C1 C3)
(2d.circumscribe C2 C3)
(= _x3 (range-of t))
(elem t (set-by-def _x4))
(= _x5
(max-of
(lambda (.exists (_x6 _x C1 _x1 C2 b a C3 t
_x3 _x5 _xcx _xcy _xr
_xlcx _xlyc _xlr C3cx C3cy C3r)
(and (= 2d.origin (2d.center-of _x))
(= 2 (2d.radius-of _x))
(= C1 _x)
(2d.is-point (2d.point 1 0))
(= (2d.point 1 0) (2d.center-of _x1)))
(= 1 (2d.radius-of _x1))
(= C2 _x1)
(< 0 b)
(real-number b)
(2d.is-point (2d.point a b))
(= (2d.point a b) (2d.center-of C3))
(= t (2d.radius-of C3))
(2d.inscribe C1 C3)
(2d.circumscribe C2 C3)
(= _x3 (range-of t))
(def _x4)
(= _x5 (max-of (lambda () (circle (2d.point _xcx _xcy) _xr))
_ylcy _xlyc _xlr))))
=> nil)
```

**higher order logic
to first-order logic**

problem hard to formulate by NLP only

Answer

$$m = \sqrt{L}$$

Solver (QE)



Solver Input (first-order formula)

$$\begin{aligned} & \forall y. ((0 < y \wedge \exists C_{3,x}. \exists C_{3,r}. (0 < C_{3,r} < \\ & \quad \wedge y^2 + C_{3,x}^2 - 2C_{3,x} + 1 = (1 + C_{3,r})^2 \\ & \quad \wedge y^2 + C_{3,x}^2 = (C_{3,r} - 2)^2)) \rightarrow y \leq m) \\ & \wedge \exists C_{3,x}. \exists C_{3,y}. \exists C_{3,r}. (0 < C_{3,r} < \\ & \quad \wedge y^2 + C_{3,x}^2 + C_{3,y}^2 - 2C_{3,x} + 1 = (1 + C_{3,r})^2 \\ & \quad \wedge C_{3,x}^2 + C_{3,y}^2 = (C_{3,r} - 2)^2) \\ & \quad \wedge 0 < C_{3,y} < \\ & \wedge \exists C_{3,x}. \exists C_{3,y}. (0 < C_{3,r} < \\ & \quad \wedge m^2 + C_{3,x}^2 - 2C_{3,x} + 1 = (1 + C_{3,r})^2 \\ & \quad \wedge m^2 + C_{3,x}^2 = (C_{3,r} - 2)^2) \end{aligned}$$

28

higher order logic
to first-order logic

problem hard to formulate
by NLP only

Formula rewriting

言語処理による解析

t が実数全体を動くとき, xyz 空間内の点 $(t+2, t+2, t)$ がつくる直線を l とする. 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A'(2, 1, 0)$, $B'(1, 2, 0)$ を通り, 中心を $C(a, b, c)$ とする球面 S が直線 l と共有点をもつとき, a, b, c の満たす条件を求めよ.

- 北大の入試問題と等価な ZF+ の式 (Zermelo-Fraenkel)

$$\left[\begin{array}{l} \exists l \exists u \exists v \exists S \exists R (\\ \quad l = \text{line}(u, v) \wedge \forall p (p \in l \leftrightarrow \exists t (p = (t+2, t+2, t))) \wedge \\ \quad S = \text{sphere}((a, b, c), R) \wedge (0, 0, 0) \in S \wedge (2, 1, 0) \in S \wedge (1, 2, 0) \in S \wedge \\ \quad \exists q (\text{intersect}(S, l, q))) \end{array} \right.$$

直線 l の条件

l と S が共有点を持つ

球面 S の条件

- 知識を利用して一階述語論理式を構築する
 - line, sphere などの関数・述語記号を消去する
 - u や $(0, 0, 0)$ などの実数以外のオブジェクトを消去する
 - 高階の項を消去する

東ロボくんが生成する一階述語論理式

人間

t が実数全体を動くとき, xyz 空間内の点 $(t+2, t+2, t)$ がつくる直線を l とする. 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A'(2, 1, 0)$, $B'(1, 2, 0)$ を通り, 中心を $C(a, b, c)$ とする球面 S が直線 l と共有点をもつとき, a, b, c の満たす条件を求めよ.

北大 2011 前期 理 [3](2)

東ロボくん

形式表現

$$\left[\begin{array}{l} \exists t \exists u \exists v \exists S \exists R (\\ l = \text{line}(u, v) \wedge \forall p (p \in l \leftrightarrow \exists t (p = (t+2, t+2, t))) \wedge \\ S = \text{sphere}((a, b, c), R) \wedge (0, 0, 0) \in S \wedge (2, 1, 0) \in S \wedge (1, 2, 0) \in S \wedge \\ \exists q (\text{intersect}(S, l, q))) \end{array} \right]$$

一階述語論理式

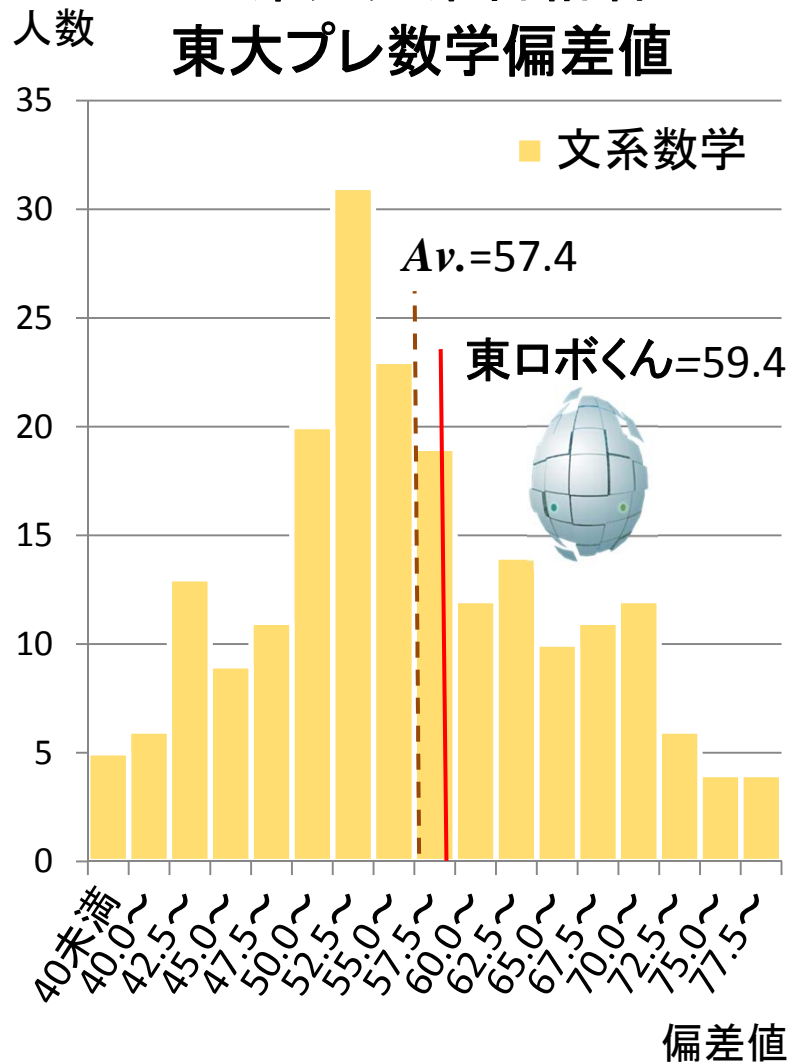
$$\begin{aligned} \exists r \exists t & ((0-a)^2 + (0-b)^2 + (0-c)^2 = r^2 \wedge \\ & (2-a)^2 + (1-b)^2 + (0-c)^2 = r^2 \wedge \\ & (1-a)^2 + (2-b)^2 + (0-c)^2 = r^2 \wedge \\ & ((t+2)-a)^2 + ((t+2)-b)^2 + (t-c)^2 = r^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists u_x \exists u_y \exists u_z & (((\neg(u_x = 0)) \vee (\neg(u_y = 0)) \vee (\neg(u_z = 0))) \wedge (\exists v_x \exists v_y \exists v_z ((\exists R (\\ & (\exists t ((tu_x + v_x - a)^2 + (tu_y + v_y - b)^2 + (tu_z + v_z - c)^2 = R^2)) \\ & \wedge (0 < R) \wedge (a^2 + b^2 + c^2 = R^2) \wedge ((1-a)^2 + (2-b)^2 + c^2 = R^2) \\ & \wedge ((2-a)^2 + (1-b)^2 + c^2 = R^2)))) \\ & \wedge (\exists v_{lx} \exists v_{ly} ((\exists v_{lz} ((0 = u_y(v_z - v_{lz}) - u_z(v_y - v_{ly})) \\ & \wedge (0 = u_z(v_x - v_{lx}) - u_x(v_z - v_{lz})))) \wedge (0 = u_x(v_y - v_{ly}) - u_y(v_x - v_{lx})))) \\ & \wedge (\forall p_z (((p_x = p_z + 2) \wedge (p_y = p_z + 2)) \vee \\ & (p_x = t_2 u_x + v_x)) \vee (\neg(p_y = t_2 u_y + v_y)) \\ & = t_2 u_z + v_z)))))) \\ & \wedge (\exists (p_t = t_3 u_z + v_z) \wedge (p_t + 2 = t_3 u_x + v_x) \wedge (p_t + 2 = t_3 u_y + v_y)))) \\ & \wedge (\exists u_{ly} ((\exists u_{lz} (((\neg(u_{lx} = 0)) \vee (\neg(u_{ly} = 0)) \vee (\neg(u_{lz} = 0))) \\ & \wedge (u_{lx} - u_z u_{ly}) \wedge (0 = u_z u_{lx} - u_x u_{lz}))) \wedge (0 = u_x u_{ly} - u_y u_{lx})))))) \end{aligned}$$

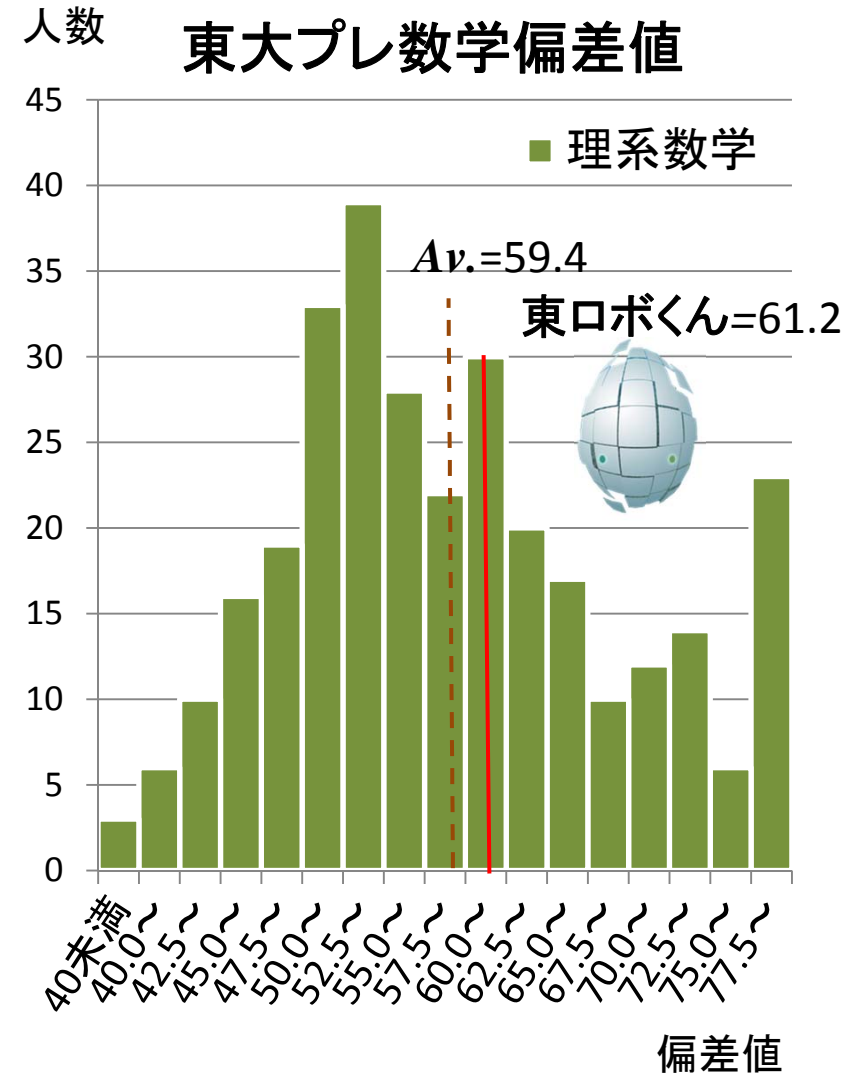
	人間	東ロボくん
変数の数	5	19
束縛変数の数	2	16
原子論理式の数	4	24
計算時間	1秒	1時間以上

東大プレ数学の出来具合

2013東大文系合格者の
東大プレ数学偏差値



2013東大理系合格者の
東大プレ数学偏差値



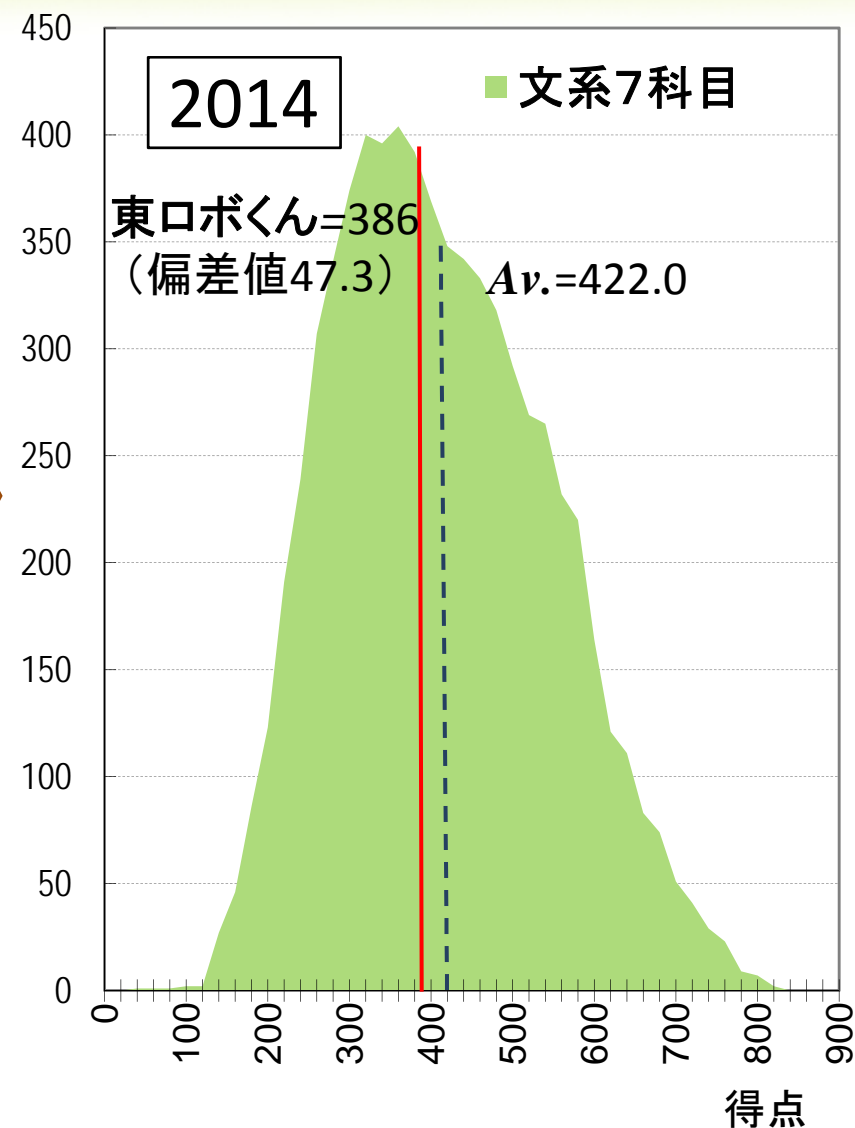
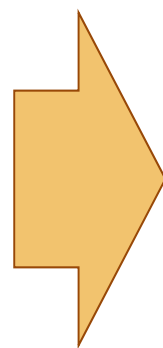
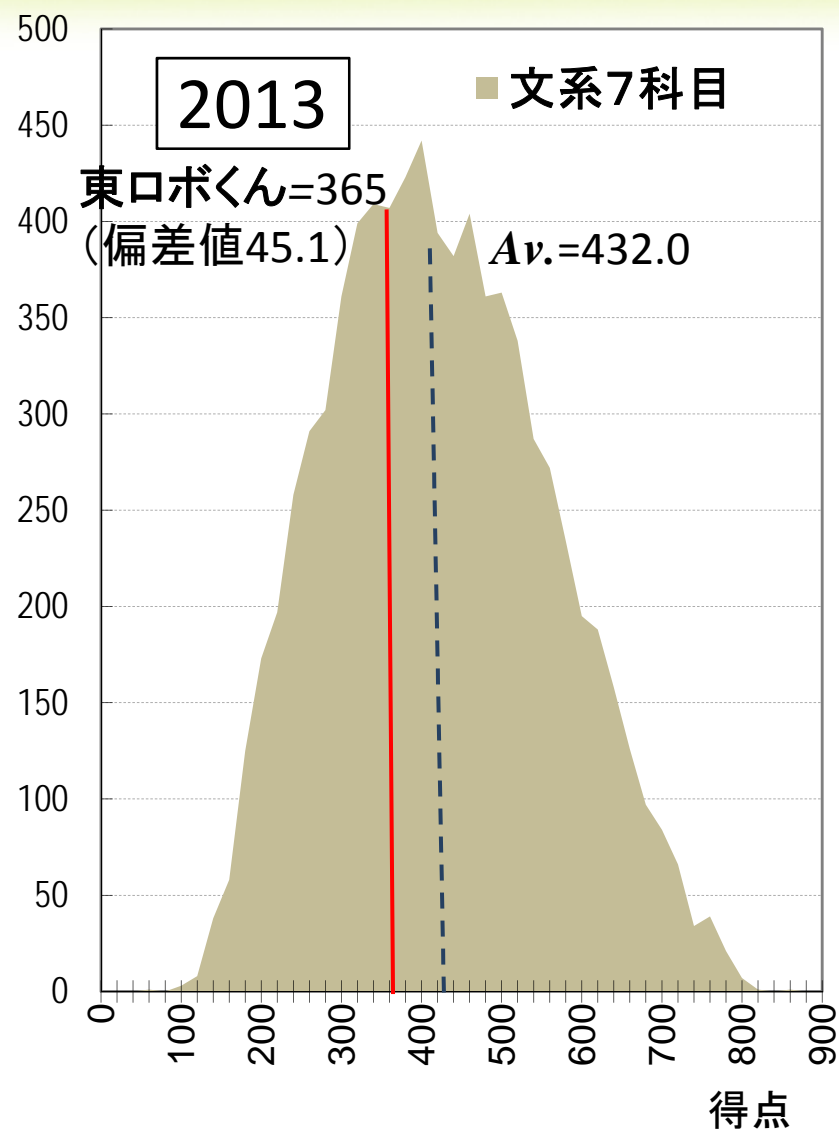
東ロボくん 代ゼミ全国センター模試成績

受験番号 116-5004E 氏名 東ロボくん イチゴウ

科目	満点	全国 平均点	本人得点 (2013)	本人偏差値 (2013)
英 語	200	93.1	95 (52)	50.5 (41.0)
国語(現文+古文)	150	60.2	69 (62)	54.2 (45.9)
国語(現代文)	100	45.9	49 (42)	51.9 (44.7)
数学Ⅰ・数学A	100	47.1	40 (57)	46.9 (51.9)
数学Ⅱ・数学B	100	50.4	55 (41)	51.9 (47.2)
世界史B	100	40.8	52 (58)	56.1 (55.2)
日本史B	100	47.2	44 (56)	48.2 (56.1)
物 理	100	32.7	31 (39)	49.0 (48.3)
文系7科目コース	900	422.0	386 (365)	47.3 (45.1)
文系3教科偏差値				53.6 (47.7)
理系3教科偏差値				49.7 (46.2)

文系7科目コースは英語、国語、数学2科目、地歴公民2科目、理科1科目の合計点。

7科目型（文系）成績の位置




東ロボくんが合格できる大学は増えたか？

東ロボくんの「全国センター模試」成績による合格判定結果

2013

大学数	全大学・学部数		合格可能性 80%以上の大学	
国公立大学	165大学	566学部	1大学	2学部
私立大学	579大学	1,670学部	403大学	814学部
合計	744大学	2,236学部	404大学	816学部

2014



大学数	全大学・学部数		合格可能性 80%以上の大学	
国公立大学	166大学	570学部	4大学	6学部
私立大学	581大学	1,697学部	472大学	1,092学部
合計	747大学	2,267学部	476大学	1,098学部

国公立はセンター得点による判定。私立は各大学・入試方式で必要な科目の偏差値による判定。

人工知能の社会へのインパクト

■ 人工知能の普及が進む世の中

- データ、アルゴリズムを自動的に獲得学習するシステム・マシンの実現
- より高度な知的作業（スキル）が機械に代替、ホワイトカラーの大半が機械に

- 今後10年間でスマートマシンが社会の様々な側面で普及
 - ◆ 2017年：コンピュータの10%は情報処理ではなく学習するマシンへ
 - ◆ 2020年：知的労働者の大半のキャリアパスはスマートマシンが破壊
 - ◆ 2024年：命に係わる恐れのある活動の10%はスマートマシンの使用が義務付け

Gartner Prediction 2014より

◆ 社会への影響

仕事 人のすべき仕事は？

教育 何を学ばばよいか？

制度 スマートマシンの製造責任は？

人と機械の協働
在り方

社会受容性

社会制度の変革

- ・教育制度
- ・社会保障制度
- ・法制度

参考文献

- Noriko H. Arai, Takuya Matsuzaki, Hidenao Iwane, Hirokazu Anai, **“Mathematics by machine.”**, International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, ISSAC '14, Kobe, Japan, July 23-25, 2014 pp1-8 2014
- Takuya Matsuzaki, Hidenao Iwane, Hirokazu Anai, Noriko H. Arai, **“The Most Uncreative Examinee: A First Step toward Wide Coverage Natural Language Math Problem Solving”**, In Proceedings of 28th Conference on Artificial Intelligence (AAAI 2014) pp1098-1104 2014.7
- 松崎拓也, 岩根秀直, 穴井宏和, 相澤彰子, 新井紀子 「深い言語理解と数式処理の接合による入試数学問題解答システム」 人工知能学会全国大会論文集27th ROMBUNNO.2A4-1 2013年
- 岩根秀直, 松崎拓也, 穴井宏和, 新井紀子 「数式処理による入試数学問題の解法と言語処理との接合における課題」 人工知能学会全国大会論文集27th ROMBUNNO.2A4-2 2013年

参考文献

- 『ロボットは東大に入れるか』
新井紀子, イースト・プレス (2014)
- 人工知能学会誌 特集「ロボットは東大に入れるか」 2012年9月
- 『QEの計算アルゴリズムとその応用～ 数式処理による最適化』
穴井宏和・横山和弘, 東京大学出版会 (2011)
- 『数理最適化の実践ガイド』
穴井宏和, 講談社 (KS理工学専門書) (2013)

