2.6 マルチカラーオーダリングによるスレッド並列型ICCGソルバによるHPC2500のベンチマーク評価

岩 下 武 史† 金 澤 正 憲†
杉 崎 由 典†† 青 木 正 樹††

Performance Evaluation of By Using Thread Parallel ICCG Solver Based on Multi-Color Ordering

Takeshi Iwashita,† Masanori Kanazawa ,†
Yoshinori Sugisaki †† and Masaki Aoki††

1. はじめに

京都大学学術情報メディアセンターでは，2004 年 3 月にスーパーコンピュータを置き換え，それまでの並列ベクトル型計算機 富士通 VPP800 から SMP クラスタ型並列計算機 富士通 HPC2500 に移行した[1)]．SMP クラスタ型並列計算機は，近年スーパーコンピュータのシステムとして主流の形態となっており，パーソナルコンピュータにおけるプロセッサのマルチコア化を鑑みると，一層その傾向は強まると考えられる．そこで本稿では，代表的な SMP クラスタ型並列計算機の一つである富士通 HPC2500 を対象として，並列化 ICCG ソルバベンチマークによる性能評価を行う．

富士通 HPC2500 は，富士通社製の SPARC 互換プロセッサを使用した，所謂スカラ型の並列計算機システムである．本計算機システムはノードと呼ばれるメモリを共有したマルチプロセッサシステムを高速のクロスバネットワークにより相互に接続した形態を持ち，一般に SMP クラスタ型と呼ばれるカテゴリに属する．同計算機は，1 ノード内に 128 個の CPU を持つノード内高密度プロセッサ実装を特徴とし，512GB の共有メモリ空間を有している．一般にノード内の並列処理には OpenMP などの API によるスレッド並列処理が用いられる．一方，複数のノードを使用した並列処理の場合には，ノード間のデータ転送に MPI Library 等の通信ライブラリが使用され，マルチプロセスによる処理が行われる．本稿では，HPC2500 の 1 ノードを用い，OpenMP により記述されたスレッド並列処理ベンチマークプログラムにより評価を行う．

† 京都大学学術情報メディアセンター
Academic Center for Computing and Media Studies, Kyoto University
†† 富士通株式会社
Fujitsu Ltd.

本稿で用いるベンチマークは線形反復解法の一つである ICCG 法[2)] の並列化ソルバである．同手法は有限要素法や差分法から生ずる対称な係数行列をもつ連立一次方程式の解法として最も一般的なものの一つである．ICCG 法は共役勾配法に不完全コレスキー分解前処理を施した手法であるが，一般に共役勾配法に関する処理は並列化が容易であり，前処理に伴う計算は並列処理が難しいとされている．そこで，不完全コレスキー分解やその広いカテゴリである ILU 分解前処理の並列化に関して様々な提案がなされている[3),4)]．その中で，本稿で用いるソルバでは，マルチカラーオーダリング法[4),5)] を用いる．同手法は，未知変数を並列処理に適した形に並び替えるリオーダリング手法の一種で，古くから知られた古典的手法である．しかし，その有用性は様々なアプリケーションで知られ，最新の数値シミュレーションにおいてもその概念が利用されている[6)]．マルチカラーオーダリング法の実装方法は複数考えられるが，本稿では構造型の差分解析と非構造型の有限要素解析の 2 種を対象とし，それぞれ異なる方法を用いる．差分解析では，ストライドアクセスによる方法を用い，有限要素解析では，間接アドレッシングによる方法を使用する．本ベンチマークにより，スカラ型並列計算機において重要なキャッシュの有効利用性，並列台数効果等について検討を行う．

2. 並列化 ICCG 法ベンチマーク

2.1 マルチカラーオーダリング法による並列化 ICCG 法

ICCG 法ソルバは大きく分けて，反復解法により連立一次方程式の求解を行う反復部と前処理行列を求める等の反復解法に必要なセッティングを行うセットアップ部に分けられる．このうち，計算時間の点では一般的に反復部が支配的であり，大規模問題ではより顕著である．本

稿では並列処理のための付加的に必要な処理を含めて反復の前段階のセットアップ部は並列化せず，逐次処理とする．ICCG 法の反復部分は以下のような計算により構成される．(i) 前進・後退代入計算，(ii) ベクトルの内積計算，(iii) 行列ベクトル積，(iv) ベクトルの更新およびノルムの計算 である．このうち，計算量として支配的であるのは，前進・後退代入計算と行列ベクトル積計算である．また，これらの計算部分のうち内積計算や行列ベクトル積計算は並列化が容易であり，前進・後退代入計算の並列化が一般に困難であるとされている．そこで，従来から前進・後退代入計算の並列処理に関する様々な提案がなされている[3),4)]．

本稿では，IC 分解前処理に伴う前進・後退代入計算の並列化のために，マルチカラーオーダリング法を用いる．同手法は，未知変数の順序を入れ替えることにより係数行列の非ゼロパターンを並列処理可能な形に変換するリオーダリング手法の一種である．リオーダリング手法に関する研究は様々になされており，多くのオーダリングが提案されているが，マルチカラーオーダリングはスレッド並列処理に向いたオーダリングである．マルチカラーオーダリングでは，互いに依存関係にない未知変数を一つのグループとし，これを 1 色とみなす．ここで，i 番目の未知変数と j 番目の未知変数が依存関係にないとは係数行列の (i, j) 要素 a_{ij} が 0 であることを意味する．この結果，各色内で前進・後退代入計算の並列処理が可能となる．一方，異なる色に属する未知変数間は依存関係がある可能性があるので，各色に関する処理が終了するごとに同期，または通信が発生する．そのため，同期・通信コストを削減するためになるべく少ない色数での利用が好ましいと考えれてきたが，ILU(IC) 分解前処理では一般に多くの色数を用いるほうが前処理効果が高く，30 色から 100 色の利用が有効であるという報告がある[5)]．このような従来の研究結果によると，マルチカラーオーダリングは他のオーダリングと比べて前処理効果が高く，反復法の収束性に優れる．一方，同手法は元来ベクトル計算機のために開発された方法であり，共有メモリ型の並列処理での実装に向いている．即ち，同手法は色毎にステージ化されている方法であるが，あるプロセッサが利用するデータは，その直前の色に関する処理では複数のプロセッサが処理を行った結果となる．従って，同手法を分散メモリ型並列計算機上のプロセス並列で利用することを考えると，非常に多数の 1 対 1 通信を実装する必要があり，オーバーヘッドの点から現実的ではない．

マルチカラーオーダリングの実装法には大きく 2 種類ある．即ち，陽的に未知変数を並べ替える方法と計算順序のみを入れ替える方法である．ここで，前者の場合には係数行列は図 1 のような形になる[8)]．本解析例では，非構造型の解析において同手法を用いる．一方，メモリ上の係数行列データの格納に別の順序付けを用い，計算順序のみを入れ替える方法は，未知変数間の関係が簡単な構造型の差分解析に適しており，文献 9 においてその具体的手法が提案されている．本解析においても，差分解析ベンチマークでは本手法によりマルチカラーオーダリングの実装を行う．

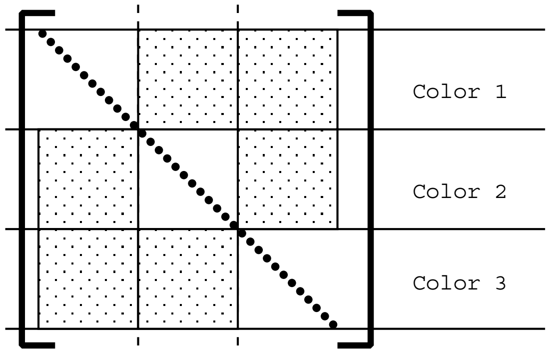

図 1　マルチカラーオーダリング法における係数行列
Fig. 1　Coefficient matrix in multi-color ordering method

2.2　差分解析ベンチマーク

本ベンチマークでは，次式で与えられる 2 次元ポアソン方程式の境界値問題の差分解析を用いる．

$$
\begin{aligned}
-\nabla \cdot (\kappa \nabla u(x, y)) &= f \ in \ \Omega(0,1) \times (0,1) \qquad (1)\\
u(x, y) &= 0 \ on \ \delta\Omega \\
if \ (\frac{1}{4} \le x \le \frac{3}{4} \ \& \ \frac{1}{4} &\le y \le \frac{3}{4}) \ then \\
\kappa &= 100 \\
else \quad \kappa &= 1
\end{aligned}
$$

ここで f は, 格子点を辞書式順序付けで並べた場合の格子番号を k として, $0.5 \sin(k + 1)$ である．未知数の個数は 1001×1001 とする．式 (1) を 5 点差分公式により離散化し, 得られる連立一次方程式を ICCG 法により解く．ここで, 解析プログラム上において, 係数行列と前処理行列は辞書式順序付け法に基づきそれぞれ 3 つの一次元配列と 1 つの一次元配列に格納される[10)]．また，本ベンチマークではマルチカラーオーダリングの実装は，Washio, Hayami が文献 9 に示している間接参照を必要とせず，計算順序のみを入れ替える方法を用いる．その結果，本ベンチマークにおいて前進・後退代入計算は色数をストライド幅とするストライドアクセスをもつ計算手順により行われる．図 2 に本ベンチマークにおける前進代入計算のプログラムを示す．図 2 において，myid は各スレッドのスレッド ID を表す．また，icolor は色数であり，is(myid), ie(myid) は各スレッドが計算する領域の開始行番号と終了行番号を表す．内側のループが各スレッドで並行的に行われ，その後バリア同期をとる．この操作が色数の数だけ行われる．なお，後退代入計算も同様の手順で並列化される．

2.3　有限要素解析ベンチマーク

本ベンチマークでは，電磁場解析の一種である 3 次元渦電流場の解析を対象とする．解析対象内の電磁界を記

```
!$OMP PARALLEL PRIVATE(myid,i,icolo)
:
:
do icolo=1,icolor-2
 do i=is(myid)+icolo,ie(myid),icolor
 z(i)=z(i)-b(i-1)*z(i-1)/diag(i-1) &
      -c(i-nx)*z(i-nx)/diag(i-nx)
enddo
!$OMP BARRIER
enddo
```

図 2 マルチカラーオーダリング法による並列化前進代入計算（差分解析ベンチマーク）

Fig. 2 Parallelized forward substitution by multi-color ordering method (finite difference analysis benchmark).

述する方程式は, マクスウェル方程式において変位電流の項を無視することにより与えられる．本解析では, 辺要素を使用し, 磁気ベクトルポテンシャルのみによる定式化を行う A-法を用いるので, 支配方程式は次式で与えられる．

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \boldsymbol{A}_m) = -\sigma \frac{\partial \boldsymbol{A}_m}{\partial t} + \boldsymbol{J}_0 \tag{2}$$

ここで, $\boldsymbol{A}_m$ は磁気ベクトルポテンシャル, $\boldsymbol{J}_0$ は強制電流の電流密度, ν は磁気抵抗率, σ は導電率を表す．磁気ベクトルポテンシャルをベクトル補間関数により近似展開し, 式 (2) にガラーキン法を適用することにより, 次式が得られる．

$$[K]\{A_m\} + [M_A]\frac{\partial \{A_m\}}{\partial t} - \{J\} = 0 \tag{3}$$

ここで, $\{A_m\}$ は未知変数 A_{mi} からなる列ベクトルを表す．$[K]$, $[M_A]$ は行列, $\{J\}$ は列ベクトルを表し, 以下のように与えられる．

$$K_{ij} = \sum_e^m \iiint_e (\nabla \times \boldsymbol{N}_i) \cdot (\nu \nabla \times \boldsymbol{N}_j) dV \tag{4}$$

$$M_{Aij} = \sum_e^m \iiint_e \sigma \boldsymbol{N}_i \cdot \boldsymbol{N}_j dV \tag{5}$$

$$J_i = \sum_e^m \iiint_e \boldsymbol{N}_i \cdot \boldsymbol{J}_0 dV \tag{6}$$

ここで, e は各要素, m は全要素数, $\boldsymbol{N}$ はベクトル補間関数を表す．未知変数の総数を n として, 行列 $[K]$, $[M_A]$ は n 次正方行列, $\{A_m\}$ および $\{J\}$ は n 次元ベクトルである．式 (3) 中の時間微分項を後退差分法により解くと,

$$[Q]\{A_m\} = \{f\} \tag{7}$$

但し,

$$[Q] = ([K] + \frac{1}{\Delta t}[M_A]), \tag{8}$$

```
!$OMP PARALLEL
:
:
do icolo=1,icolor-2
!$OMP DO PRIVATE(jj)
do i=icspo(ic),icspo(ic+1)-1
  do j=lnrowptr(i),lnrowptr(i+1)-1
  jj=llnt(j)
  z(i)=z(i)-z(jj)*alic(j)/adic(jj)
  enddo
enddo
enddo
```

図 3 マルチカラーオーダリング法による並列化前進代入計算（有限要素解析ベンチマーク）

Fig. 3 Parallelized forward substitution by multi-color ordering method (finite element analysis benchmark).

表 1 有限要素解析ベンチマーク（3 次元渦電流解析）の諸元

Table 1 3-d eddy-current analysis test model

Number of unknowns	1011920
Number of edge elements	327680
Number of nodes	342225

$$\{f\} = \frac{1}{\Delta t}[M_A]\{A_{mold}\} + \{J\} \tag{9}$$

の連立一次方程式が得られる．ここで，本稿では解析対象として電気学会 3 次元渦電流解析モデル[13] を用いる．表 1 に解析の諸元を示す．本解析では，解析領域中に非導電性の部分（空気領域）が含まれるため, 係数行列 $[Q]$ は半正定値となる．

本解析では，時間発展問題のある 1 ステップをベンチマーク問題とする．本解析のような辺要素を用いた電磁場解析では，係数行列は正値性を失っている場合がほとんどあり，ICCG 法をそのまま用いることができない．そこで，加速パラメータを 1.3 としたシフト付き ICCG 法[14] を用いることとする．

本解析は非構造型の解析であるため，並列化 ICCG 法ソルバにおける行列・ベクトル積演算や前進・後退代入計算では間接アドレッシングが用いられる．また，マルチカラーオーダリング法の実装については未知変数を陽的に並び替える手法を使用した．このとき，前進代入計算の並列化プログラムは図 3 のように与えられる．図中において，icspo(ic) は ic 番目の色の未知変数の開始番号であり，各色毎に代入計算が並列化される．

3. 数 値 実 験

3.1 実 行 環 境

本ベンチマークは京都大学学術情報メディアセンターの富士通 HPC2500（SPARC64V 1.3GHz）上で行った．プ

ログラムはFORTRAN90により書かれ，並列処理のAPIとしてOpenMPを用いている．コンパイル時の最適化オプションには-Kfast_GP2=3を指定した．また，ICCG法の収束基準として右辺ベクトルノルムと残差ノルムの比を用い，その値が 10^{-7} 以下となった時点で収束とみなす．

3.2 差分解析ベンチマーク結果

表2に差分解析ベンチマークの結果を示す．なお，表中において計算時間は反復の開始から終了までの間の経過時間を示しており，不完全コレスキー分解などの反復解法部のセットアップ部分の時間は含まれていない．まず，マルチカラーオーダリング法による並列化ICCG法の収束性については，色数を増やすほど向上しており，従来の研究結果と合致している[5),10),11)]．差分解析におけるオーダリングの影響については，文献11において，Incompatible nodeの数が多いほど収束性が悪化することが示されており，マルチカラーオーダリングにおいて色数が増加するに従い収束性が増すことを説明することができる．また，著者らの一部も文献12において，オーダリングと収束性の関係を示す指標を提案しており，その値からも本現象を説明することができる．一方，表3に1CPU時における1反復あたりの計算時間と色数の関係を示すが，色数が増すにつれて大幅に1反復あたりの計算時間を要していることがわかる．これはストライド幅が増加することにより，キャッシュのヒット率が大きく低下したことによる．ベクトル計算機上での実行では，バンクコンフリクトを起こす場合を除けば1反復あたりの計算時間は色数に対してあまり変化しないため，高い収束性が得られる色数の多い場合が有効となるがスカラ型の計算機では注意が必要である．次に，速度向上については概ね高い並列化効率を得ている．特に色数が多い場合にはスーパーリニアな性能を示しており，色数100の場合には顕著である．これは，並列化によりデータアクセスの局所性が高まりキャッシュのヒット率が向上したためである．プロファイラによる分析では，色数100の場合の代入計算ループについて1CPU時と16CPU時で，L1キャッシュミス率，L2キャッシュミス率，TLBミス率がそれぞれ23% → 1.5%，31% → 0.3%，1.86% → 0.0031% のように大幅に向上している．これらの結果から上記のような速度向上が得られたものと考えられる．最後に総合的な計算性能を考えると，本解析では色数100，CPU数16の場合が最もよい結果となった．これは，色数を多くした場合でも十分に各プロセッサが扱うデータサイズが小さい場合にはキャッシュのヒット率が向上し，収束性に優れた色数の多い場合が有効であることを示している．しかし，問題サイズに対してプロセッサ数が十分ではない場合には，最小の色数である2色の場合が有効となると考えられる．

3.3 有限要素解析ベンチマーク結果

表4に有限要素解析ベンチマークの結果を示す．なお，表中において計算時間は反復の開始から終了までの間の経過時間を示している．まず，色数と反復回数との関係では，40から120程度の色数の変化ではそれほど大きな差はなかった．但し，色数を500以上とした場合には改善が見られることが分かっている．次に，1反復あたりの計算時間については，色数が増大するに従って増加しているが差分解析ほど顕著ではない．これは色数の増加に従ってキャッシュのヒット率が下がることが原因と考えられるが，差分解析と比べて未知変数間のデータ関係が

表2 差分解析ベンチマーク結果
Table 2 Benchmark result of finite difference analysis

(a) 色数2の場合

CPU数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	248	1600	1.0
2	138	1600	1.80
4	72.3	1599	3.42
8	45.3	1599	5.48
12	27.5	1599	9.03
16	18.9	1600	13.1

(b) 色数4の場合

CPU数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	304	1333	1.0
2	176	1332	1.73
4	92.3	1331	3.29
8	61.3	1331	4.95
12	33.3	1332	9.12
16	20.1	1331	15.1

(c) 色数8の場合

CPU数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	444	1176	1.0
2	258	1176	1.72
4	136	1176	3.25
8	95.8	1171	4.61
12	43.7	1171	10.2
16	21.7	1174	20.4

(d) 色数20の場合

CPU数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	595	1074	1.0
2	327	1073	1.82
4	185	1070	3.22
8	133	1069	4.47
12	57.8	1068	10.3
16	23.7	1073	25.1

(e) 色数100の場合

CPU数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	773	1012	1.0
2	314	1013	2.47
4	98.1	1012	7.88
8	39.0	1012	19.8
12	23.2	1012	33.3
16	14.6	1012	52.9

表3 1反復あたりの計算時間と色数の関係
Table 3 Relationship between computational time in one iteration and number of colors

色数	2	4	8	20	100
計算時間（ミリ秒）	155	228	378	554	764

表 4　有限要素解析ベンチマーク結果
Table 4　Benchmark result of finite element analysis

(a) 色数 40 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	823	496	1.0
2	416	496	1.97
4	212	496	3.88
8	115	496	7.14
12	77.6	496	10.6
16	61.1	496	13.5

(b) 色数 80 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	899	509	1.0
2	454	509	1.98
4	228	509	3.95
8	122	509	7.39
12	83.4	509	10.8
16	67.1	509	13.4

(c) 色数 120 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	1190	497	1.0
2	592	497	2.01
4	288	497	4.13
8	149	497	7.96
12	101	497	11.7
16	81.6	497	14.6

複雑な有限要素解析では元来ランダムアクセスとなっているためにその低下率は小さい．次に並列化効率については全体的に高い値を得ており，マルチカラーオーダリング法の有効性を示している．総合的なベンチマーク性能では，色数 40 の場合が最も計算時間が短かった．

次に，HPC2500 が備えるラージページ機能について本ベンチマークにより評価を行った．当該の機能はページサイズを大きくすることにより，大きな配列を扱う科学技術計算において TLB ミスの軽減を狙った機能である．表 5 にその結果を示す．また，図 4 に本ベンチマークにおいて色数 40，CPU 数を 1 とした場合を基準とする速度向上を示す．表 5，図 4 より，いずれの色数の場合にも性能が改善され，ラージページ機能が有効であることが分かる．

4. おわりに

本稿では，マルチカラーオーダリング法による並列化 ICCG 法ソルバベンチマークにより HPC2500 の性能評価を行った．色数をストライド幅とするストライドアクセスをもつ差分解析ベンチマークでは，色数の増加に従い，キャッシュのヒット率が著しく低下し，1 反復あたりの計算時間が増加する現象が見られた．しかし，使用プロセッサ数を増加することによりアクセスするデータの局所性が高まり，スーパーリニアな並列台数効果を得ることにより，色数が大きい場合でも問題サイズが適度に小さければ高い性能を得ることができることがわかった．有限要素解析ベンチマークにおいても差分解析の場合と

表 5　有限要素解析ベンチマークにおけるラージページの効果
Table 5　Effects of use of largepage in finite element analysis benchmark

(a) 色数 40 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	749	496	1.0
2	382	496	1.96
4	195	496	3.84
8	111	496	6.77
12	73.2	496	10.2
16	57.9	496	13.0

(b) 色数 80 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	815	509	1.0
2	413	509	1.97
4	208	509	3.91
8	116	509	7.03
12	77.3	509	10.5
16	61.2	509	13.3

(c) 色数 120 の場合

CPU 数	計算時間（秒）	反復回数	速度向上
1	1076	497	1.0
2	536	497	2.00
4	261	497	4.13
8	142	497	7.56
12	92.8	497	11.6
16	73.1	497	14.7

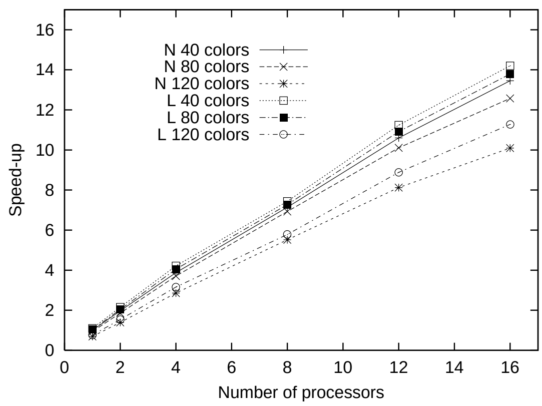

図 4　有限要素解析ベンチマークにおける速度向上（N: ノーマルページ使用，L: ラージページ使用）
Fig. 4　Speed-up in finite element analysis benchmark (N: normal page case, L: large page case)

同様の傾向が見られたが，色数に対する 1 反復あたりの計算時間の変化は差分解析の場合と比べて小さかった．また，本ベンチマークでは HPC2500 が備える Largepage 機能について評価を行ったが，100 万自由度の当該ベンチマーク問題において性能改善が見られた．

参 考 文 献

1) 杉崎　由典, 青木　正樹, 義久　智樹, 金澤　正憲,「SMP におけるスレッド並列の台数効果と高速化手法について」, 情報処理学会　研究報告, 2005-EVA-14, (2005).
2) J. Meijerink and H. A. van der Vorst, “An Iterative Solution Method for Linear Systems of Which the Coefficient Matrix Is a Symmetric M-matrix,” *Mathematics of Computation*, 31, (1977), pp. 148-162.

3) H.A. van der Vorst and T.F. Chan, "Parallel Preconditioning for Sparse Linear Equations", *ZAMM. Z. angew. Math. Mech.*, 76 (1996), pp. 167–170.
4) Y. Saad, "Iterative Methods for Sparse Linear Systems", Second ed., SIAM, Philadelphia, PA, 2003.
5) S. Doi and T. Washio, "Ordering Strategies and Related Techniques to Overcome the Trade-off Between Parallelism and Convergence in Incomplete Factorization", *Parallel Computing*, 25, (1999), pp. 1995-2014.
6) K. Nakajima, "Preconditioned Iterative Linear Solvers for Unstructured Grids on the Earth Simulator ", HPC Asia Proceedings, (2004), pp. 150-169.
7) I. S. Duff and G. A. Meurant, "The Effect of Ordering on Preconditioned Conjugate Gradients", *BIT*, 29, (1989), pp.635-657.
8) T. Iwashita and M. Shimasaki, "Algebraic Multi-color Ordering for Parallelized ICCG Solver in Finite Element Analyses," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, (2002), pp. 429-432.
9) T. Washio and K. Hayami, "Overlapped Multicolor MILU Preconditioning," *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16, (1995), pp. 636-650.
10) 岩下　武史，島崎　眞昭；「同期点の少ない並列化 ICCG 法のためのブロック化赤ー黒順序付け」，情報処理学会論文誌，Vol.43 No. 4，(2002)，pp. 893-904.
11) S. Doi and A. Lichnewsky, "A Graph-Theory Approach for Analyzing the Effects of Ordering on ILU Preconditioning," INRIA report 1452, (1991).
12) Iwashita, T., Nakanishi, Y. and Shimasaki, M.: Comparison Criteria for Parallel Orderings in ILU Preconditioning, *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol.26, No.4, pp.1234–1260 (2005).
13) T. Nakata, N. Takahashi, T. Imai, and K. Muramatsu, "Comparison of Various Methods of Analysis and Finite Elements in 3-D Magnetic Field Analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 27, (1991), pp.4073-4076.
14) K. Fujiwara, T. Nakata, and H. Fusayasu, "Acceleration of Convergence Characteristic of the ICCG Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 27, (1993), pp.1958-1961.